MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO SOCIALES

CONTROL ÁLGEBRA **Febrero 2003**

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (1,25 puntos cada una)

a) $\dfrac{x-2}{6} - \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{1-x}{2}$

b) $3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$

c) $\dfrac{2}{x-1} + \dfrac{x-2}{x+1} = \dfrac{5}{4}$

d) $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$

2.- Resuelve analítica y gráficamente el sistema: (1,75 puntos)

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ y - 2x + 6 = 0 \end{array}\right\}$$

3.- Resuelve las siguientes inecuaciones: (2 puntos)

a) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x+1}{7} - x + 2 < 0$

b) $2x^2 - 5x - 3 \leq 0$

4.- Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones: (1,25 puntos)

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 2y \leq 0 \\ 2x + y > 1 \end{array}\right\}$$

SOLUCIONES

1.- a) $\frac{x-2}{6}-\frac{x+1}{3}=\frac{1-x}{2}\Rightarrow \quad \frac{x-2}{6}-\frac{(2x+2)}{6}=\frac{3-3x}{6}$ con lo que, la solución es $\underline{x=\frac{7}{2}}$

$x-2-2x-2=3-3x\Rightarrow \quad x-2x+3x=3+2+2$

b) $3\sqrt{x-1}+11=2x\Rightarrow \quad 3\sqrt{x-1}=2x-11 \quad 3\sqrt{x-1}=2x-11$

$\left(3\sqrt{x-1}\right)^2=(2x-11)^2\Rightarrow \quad 9(x-1)=4x^2-44x+121$

$9x-9=4x^2-44x+121\Rightarrow \quad 0=4x^2-53x+130$

$$x=\frac{53\pm\sqrt{2\,809-2\,080}}{8}=\frac{53\pm\sqrt{729}}{8}=\frac{53\pm 27}{8} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=10 \\ x=\frac{26}{8}=\frac{13}{4} \end{cases}$$

Comprobación:

$x=10\rightarrow 3\sqrt{9}+11=9+11=20=2\cdot 10 \quad \rightarrow \quad \text{Es válida}$

$x=\frac{13}{4}\rightarrow 3\sqrt{\frac{9}{4}}+11=\frac{9}{2}+11=\frac{31}{2}\neq 2\cdot\frac{13}{4}=\frac{13}{2}\rightarrow \text{No es válida}$

Hay una solución: $\underline{x=10}$

c) $\frac{2}{x-1}+\frac{x-2}{x+1}=\frac{5}{4}\Rightarrow \frac{8(x+1)}{4(x-1)(x+1)}+\frac{4(x-1)(x-2)}{4(x-1)(x+1)}=\frac{5(x-1)(x+1)}{4(x-1)(x+1)}$

$8x+8+4\left(x^2-3x+2\right)=5\left(x^2-1\right)\Rightarrow 8x+8+4x^2-12x+8=5x^2-5$

$0=x^2+4x-21$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{-4\pm 10}{2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=3 \\ x=-7 \end{cases}$$

d) Factorizamos:

	1	−2	−11	12
1		1	−1	−12
	1	−1	−12	0
4		4	12	
	1	3	0	

$$x^3-2x^2-11x+12=(x-1)(x-4)(x+3)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x-4=0 \rightarrow x=4 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$

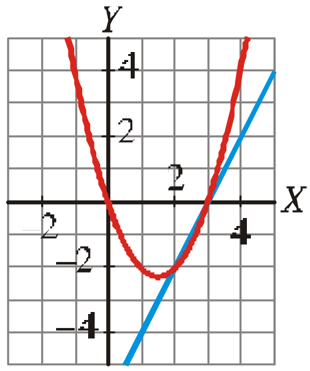
Por tanto, las soluciones de la ecuación son: $\underline{x_1=1, \quad x_2=4, \quad x_3=-3}$

2.- • Lo resolvemos analíticamente:

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2-3x \\ y-2x+6=0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y=x^2-3x \\ x^2-3x-2x+6=0; \quad x^2-5x+6=0 \end{array}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \rightarrow y = 0 \\ x = 2 \rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Solución : $\left.\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ y_1 = 0 \end{array}\right\}$ y $\left.\begin{array}{l} x_2 = 2 \\ y_2 = -2 \end{array}\right\}$



- Interpretación gráfica: $\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ y = 2x - 6 \end{array}\right\}$

La parábola mira hacia arriba

Su vértice está en $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

Corte con los ejes x=0, y=0

$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$,

luego corta en (0,0) y (3,0) al eje OX

La recta la dibujamos dándole valores, y tendremos que: La parábola y la recta se cortan en los puntos (3,0) y (2,-2)

3.- **a)** $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 < 0$ m.c.m.=14 $\Rightarrow \frac{7x}{14} + \frac{2x+2}{14} - \frac{14x}{14} + \frac{28}{14} < 0$

$7x + 2x + 2 - 14x + 28 < 0 \Rightarrow -5x < -30 \Rightarrow x > \frac{-30}{-5} \Rightarrow x > 6$ **SOL:** $\underline{(6, +\infty)}$

b) $2x^2 - 5x - 3 \leq 0$, factorizamos el polinomio $2x^2 - 5x - 3 = 2(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

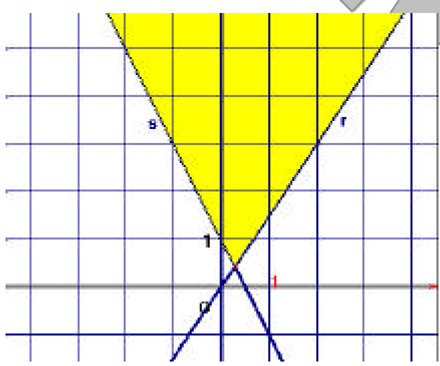
, inecuación $2(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$ y ahora estudiamos el signo:

	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$	$(3, +\infty)$
$x + \frac{1}{2}$	-	+	+
$x - 3$	-	-	+
$2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-3)$	+	-	+

Con lo que la solución es: $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$

4.- $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y \leq 0 \\ 2x + y > 1 \end{array}\right\}$ representamos gráficamente las dos rectas: $\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{array}$

es decir, las rectas $\begin{array}{l} r : y = \frac{3}{2}x \\ s : y = -2x + 1 \end{array}$ y ahora



comprobamos si el punto (1,1) verifica las inecuaciones: $\begin{array}{l} 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \leq 0 \quad \text{NO} \\ 2 \cdot 1 + 1 > 1 \quad \text{SI} \end{array}$, luego, la solución del sistema viene dada por el área sombreada de la figura, entrando la recta r y no entrando la recta s.